

PEMODELAN PERTUMBUHAN PENDUDUK KABUPATEN ASAHAN MENGUNAKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL MODEL EKSPONENSIAL DAN MAPE

Sisca Sri Dewi Saragih¹, Khofifa Romaito Siregar², Nayla Aiwina Putri³

Universitas Royal, Kisaran

e-mail: ¹siscasridewi29@gmail.com, ²khofifaromaito@gmail.com

Abstract: Population growth is an important factor in regional development planning because it affects the provision of public services and infrastructure. This study aims to model the population growth of Asahan Regency using an exponential differential equation and evaluate the accuracy of the resulting predictions. A descriptive quantitative approach was employed using population data from Asahan Regency for the period 2021–2025 obtained from the Central Bureau of Statistics (BPS). The analysis involved constructing several exponential growth models and assessing their predictive performance using the Mean Absolute Percentage Error (MAPE). The results indicate that Exponential Model IV is the most accurate model, with a MAPE value of 0.2646%. Based on this model, the population of Asahan Regency is projected to increase from 838,852 people in 2026 to 898,377 people in 2030. These findings demonstrate that the exponential differential equation model provides highly accurate short-term population forecasts and can be utilized as a reference for regional planning and policy formulation related to population growth.

Keywords: population growth; exponential model; differential equation; population projection; MAPE.

Abstrak: Pertumbuhan penduduk merupakan faktor penting dalam perencanaan pembangunan daerah karena memengaruhi kebutuhan layanan publik dan infrastruktur. Penelitian ini bertujuan memodelkan pertumbuhan penduduk Kabupaten Asahan menggunakan persamaan diferensial eksponensial serta mengevaluasi tingkat akurasi prediksinya. Penelitian menggunakan pendekatan kuantitatif deskriptif dengan data jumlah penduduk Kabupaten Asahan tahun 2021–2025 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS). Analisis dilakukan melalui pembentukan beberapa model pertumbuhan eksponensial dan pengujian akurasi menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Hasil penelitian menunjukkan bahwa Model Eksponensial IV merupakan model terbaik dengan nilai MAPE sebesar 0,2646%. Berdasarkan model tersebut, jumlah penduduk Kabupaten Asahan diproyeksikan meningkat dari 838.852 jiwa pada tahun 2026 menjadi 898.377 jiwa pada tahun 2030. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model eksponensial memiliki tingkat akurasi yang sangat baik dan dapat digunakan untuk memproyeksikan pertumbuhan penduduk Kabupaten Asahan dalam jangka pendek..

Kata kunci: pertumbuhan penduduk; persamaan diferensial; model eksponensial; proyeksi penduduk; MAPE.

PENDAHULUAN

Penduduk merupakan faktor penting dalam pembangunan daerah. Perubahan jumlah penduduk akan memengaruhi berbagai aspek kehidupan masyarakat, seperti pendidikan,

kesehatan, ketenagakerjaan, perumahan, dan infrastruktur (Sagara et al., 2025). Oleh karena itu, informasi mengenai jumlah penduduk pada masa mendatang diperlukan sebagai dasar dalam perencanaan pembangunan yang efektif dan berkelanjutan.

Proyeksi penduduk merupakan metode yang digunakan untuk memperkirakan jumlah penduduk pada periode tertentu berdasarkan data yang tersedia (Rozikin et al., 2021). Hasil proyeksi dapat membantu pemerintah dalam menyusun program serta kebijakan pembangunan yang sesuai dengan kebutuhan Masyarakat (Suhardi & Panjaitan, 2025). Ketepatan hasil proyeksi menjadi penting karena berkaitan dengan perencanaan penyediaan layanan publik dan pembangunan daerah.

Pemodelan matematika banyak digunakan dalam kegiatan proyeksi penduduk karena mampu menggambarkan pola pertumbuhan secara kuantitatif (Khairunnisa, 2025; Saragih, Tarigan, Ahkrizal, et al., 2025; Saragih, Tarigan, Tambunan, et al., 2025). Model pertumbuhan eksponensial merupakan model yang sering digunakan untuk memprediksi pertumbuhan penduduk dalam jangka pendek (Arez, 2021; Luan et al., 2024). Model ini mengasumsikan bahwa laju pertumbuhan penduduk sebanding dengan jumlah penduduk pada waktu tertentu. Selain memiliki bentuk yang sederhana, model eksponensial juga mudah diterapkan dalam berbagai kasus pertumbuhan populasi.

Kabupaten Asahan merupakan kabupaten di Provinsi Sumatera Utara yang memiliki jumlah penduduk cukup besar. Pertumbuhan jumlah penduduk yang terjadi setiap tahun berdampak pada meningkatnya kebutuhan terhadap berbagai fasilitas publik dan layanan masyarakat. Berdasarkan data (BPS Kabupaten Asahan, 2025), jumlah penduduk Kabupaten Asahan pada tahun 2021 tercatat sebanyak 769.960 jiwa. Jumlah tersebut meningkat menjadi 777.626 jiwa pada tahun 2022 dan 791.132 jiwa pada tahun 2023. Pada tahun 2024 jumlah penduduk mencapai 813.720 jiwa dan meningkat kembali menjadi 824.597 jiwa pada tahun 2025. Peningkatan jumlah penduduk yang terjadi secara berkelanjutan menunjukkan adanya pola pertumbuhan yang perlu dianalisis lebih lanjut untuk memperoleh

gambaran jumlah penduduk pada masa mendatang.

Penelitian mengenai proyeksi jumlah penduduk telah banyak dilakukan. Khairunnisa (Khairunnisa, 2025) menerapkan model eksponensial dan model logistik untuk memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model eksponensial mampu memberikan hasil prediksi yang baik sesuai dengan karakteristik data yang digunakan. Penelitian lain oleh Remetwa (Remetwa, 2025) menggunakan pendekatan persamaan diferensial model eksponensial untuk memprediksi jumlah penduduk Kota Tual tahun 2026–2030. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa model eksponensial dapat digunakan untuk menggambarkan pola pertumbuhan penduduk dan menghasilkan prediksi yang cukup akurat

Meskipun berbagai penelitian telah dilakukan, kajian mengenai proyeksi jumlah penduduk Kabupaten Asahan menggunakan persamaan diferensial model eksponensial masih relatif terbatas. Analisis akurasi model menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE) pada data penduduk Kabupaten Asahan juga masih jarang ditemukan. Kondisi tersebut menunjukkan perlunya penelitian yang mengkaji pemodelan pertumbuhan penduduk Kabupaten Asahan sekaligus mengevaluasi tingkat akurasi model yang digunakan.

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan pertumbuhan penduduk Kabupaten Asahan menggunakan persamaan diferensial model eksponensial (Khairunnisa, 2025; Rozikin et al., 2021) dan menganalisis tingkat akurasi prediksi menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE) (Terttiaavini & Saputra, 2020).

Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan informasi mengenai proyeksi jumlah penduduk Kabupaten Asahan serta menjadi referensi dalam perencanaan pembangunan daerah dan pengembangan kajian matematika terapan pada bidang kependudukan.

METODE

Penelitian ini menggunakan metode deskriptif dengan pendekatan kuantitatif yang memanfaatkan data sekunder berupa jumlah penduduk Kabupaten Asahan. Pendekatan tersebut dipilih karena data yang dianalisis berbentuk numerik sehingga memungkinkan dilakukan pemodelan matematis untuk menggambarkan pola pertumbuhan penduduk. Analisis difokuskan pada pembentukan model pertumbuhan menggunakan persamaan diferensial eksponensial serta evaluasi tingkat ketepatan model dalam menghasilkan prediksi.

Data penelitian bersumber dari Badan Pusat Statistik BPS Kabupaten Asahan (2025) yang memuat jumlah penduduk Kabupaten Asahan selama periode 2021–2025. Data tersebut digunakan sebagai dasar untuk menentukan parameter pertumbuhan, menyusun model matematis, serta melakukan proyeksi jumlah penduduk pada periode berikutnya.

Teknik pengumpulan data dilakukan melalui studi dokumentasi dan studi kepustakaan. Studi dokumentasi dilakukan dengan menghimpun data kependudukan yang dipublikasikan oleh Badan Pusat Statistik, sedangkan studi kepustakaan dilakukan dengan mengkaji berbagai sumber ilmiah, seperti buku, artikel jurnal, dan hasil penelitian terdahulu yang relevan dengan persamaan diferensial, model pertumbuhan eksponensial, proyeksi penduduk, serta metode pengukuran akurasi prediksi.

Tahapan analisis data diawali dengan penyajian dan deskripsi data jumlah penduduk Kabupaten Asahan berdasarkan periode pengamatan. Selanjutnya, dilakukan estimasi parameter pertumbuhan untuk membentuk model persamaan diferensial eksponensial yang sesuai dengan karakteristik data. Model yang diperoleh kemudian digunakan untuk memproyeksikan jumlah penduduk pada periode mendatang dengan menggunakan persamaan diferensial

eksponensial (Radzi et al., 2022; Wang & Wang, 2022), yaitu:

$$y = y_0 e^{kt} \quad (1)$$

kemudian menentukan nilai k yang tepat dengan menggunakan bantuan Microsoft Excel. Selanjutnya, kita akan membandingkan tingkat akurasi model dievaluasi menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Nilai MAPE digunakan untuk mengukur tingkat kesalahan antara data aktual dan hasil prediksi. Semakin kecil nilai MAPE yang diperoleh, semakin baik kemampuan model dalam memprediksi jumlah penduduk. Tahap terakhir adalah menarik kesimpulan berdasarkan hasil pemodelan dan analisis akurasi yang telah dilakukan.

Perhitungan nilai MAPE (Banerjee, 2021; Shcherbakov et al., 2013) dilakukan menggunakan persamaan berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right| \times 100\% \quad (2)$$

dengan A_t menyatakan data aktual pada periode ke- t , F_t menyatakan nilai prediksi pada periode ke- t , dan n menyatakan banyaknya data pengamatan. Nilai MAPE selanjutnya digunakan untuk menilai tingkat akurasi model eksponensial dalam memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Asahan serta akan meramalkan pertumbuhan penduduk tahun 2026-2030..

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data Penduduk

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data jumlah penduduk Kabupaten Asahan periode 2021–2025 yang diperoleh dari BPS Kabupaten Asahan (2025). Data tersebut digunakan sebagai dasar dalam membentuk model pertumbuhan eksponensial dan melakukan proyeksi jumlah penduduk pada periode berikutnya.

Tabel 1 Data Jumlah Penduduk Kabupaten Asahan Tahun 2021-2025

Waktu (t)	Tahun	Jumlah Penduduk
0	2021	769.960
1	2022	777.626
2	2023	791.132
3	2024	813.720
4	2025	824.597

Sumber: BPS Kabupaten Asahan (2025)

Berdasarkan Tabel 1, jumlah penduduk Kabupaten Asahan menunjukkan kecenderungan meningkat setiap tahun. Pada tahun 2021 jumlah penduduk tercatat sebanyak 769.960 jiwa dan meningkat menjadi 824.597 jiwa pada tahun 2025. Selama periode pengamatan terjadi penambahan penduduk sebesar 54.637 jiwa. Peningkatan tersebut menunjukkan bahwa pertumbuhan penduduk di Kabupaten Asahan berlangsung secara positif dan relatif stabil. Kondisi ini menunjukkan bahwa model pertumbuhan eksponensial dapat digunakan untuk menggambarkan pola pertumbuhan penduduk yang terjadi

Model Ekponensial

Model pertumbuhan eksponensial pertama kali diperkenalkan oleh Thomas Robert Malthus pada tahun 1798 sebagai suatu pendekatan matematis untuk menggambarkan dinamika pertumbuhan populasi. Dalam teori yang dikemukakannya, Malthus menyatakan bahwa laju perubahan jumlah populasi pada suatu waktu berbanding lurus dengan jumlah populasi yang ada pada waktu tersebut. Asumsi ini dikenal sebagai Hukum Malthus atau hukum pertumbuhan eksponensial dan banyak digunakan untuk memodelkan pertumbuhan berbagai jenis populasi, seperti manusia, hewan, serangga, maupun mikroorganisme. Jika (y) menyatakan jumlah populasi pada waktu (t) , maka hubungan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dt} = ky \quad (3)$$

dimana $y = y_0$ ketika $t = 0$, kemudian

pisahkan variabel dan integrasikan, sehingga persamaan menjadi sebagai berikut:

$$\frac{dy}{y} = k dt$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int k dt$$

$$\ln y = kt + C, \text{ dengan } C =$$

$$\ln y_0 \qquad \qquad \qquad \ln y = kt +$$

$$\ln y_0$$

$$\ln y - \ln y_0 = kt$$

$$\ln \frac{y}{y_0} = kt \quad (4)$$

$$\frac{y}{y_0} = e^{kt}$$

$$y = y_0 e^{kt} \quad (5)$$

dimana,

y = jumlah penduduk tahun t

y_0 = jumlah penduduk pada tahun t_0

t = waktu dengan $k > 0$ atau positif.

Persamaan (4) kita dapat mendapatkan rumus nilai laju intrinsik (k) untuk yang layak untuk dijadikan model eksponensial, yakni:

$$k = \frac{\ln \frac{y}{y_0}}{t} \quad (6)$$

kemudian akan dibentuk menjadi empat model eksponensial dengan melibatkan data jumlah penduduk Kabupaten Asahan tahun 2021-2025, untuk melakukan peramalan jumlah penduduk. Berikut adalah hasil dari model eksponensial:

$$y(t) = 769.960e^{(0,009907123)t}$$

ME 1

$$y(t) = 769.960e^{(0,013563133)t}$$

ME 2

$$y(t) = 769.960e^{(0,01842592)t}$$

ME 3

$$y(t) = 769.960e^{(0,017139054)t}$$

ME 4

dengan menggunakan Model Ekponensial maka bisa ditemukan galat dari model tersebut dengan menggunakan MAPE. Mean Absolute Percentage Error (MAPE) merupakan salah satu ukuran yang digunakan untuk mengevaluasi tingkat kesalahan hasil peramalan dengan membandingkan nilai aktual dan nilai prediksi. Nilai MAPE diperoleh dari rata-rata persentase kesalahan absolut sehingga dapat memberikan gambaran mengenai tingkat akurasi model secara

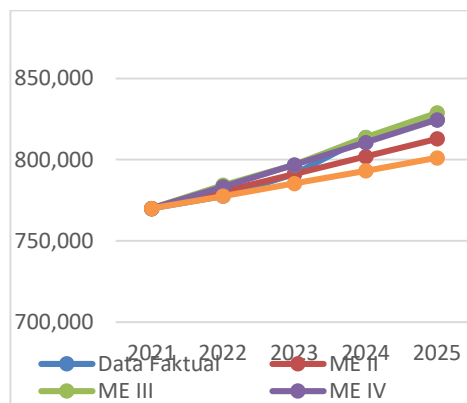
keseluruhan. Metode ini banyak diterapkan dalam analisis deret waktu (time series), terutama untuk menilai kemampuan model dalam mengikuti pola

atau tren data.

Semakin kecil nilai MAPE yang diperoleh, semakin tinggi tingkat akurasi hasil peramalan yang dihasilkan.

Tabel 2 Perbandingan Jumlah Penduduk Data Aktual dan Model Eksponensial

Thn	Data Faktual	Model Eksponensial			
		I	II	III	IV
2021	769.960	769960	769960	769960	769960
2022	777.626	777626	780474,2	784278,7	783270,1
2023	791.132	785368,3	791132	796810,3	796810,3
2024	813.720	793187,7	801935,3	813720	810584,6
2025	824.597	801085	812886,2	828852,5	824597
Galat		0,015258	0,006255	0,005223	0,002646
%		1,525782	0,625541	0,522335	0,264562



Gambar 1 Perbandingan Data Faktual dengan Model Ekponensial

Berdasarkan Tabel 2, ME IV menghasilkan nilai MAPE paling kecil yaitu sebesar 0,2646%. Nilai tersebut menunjukkan bahwa rata-rata kesalahan prediksi yang dihasilkan sangat rendah.

Hasil ini mengindikasikan bahwa ME IV merupakan model yang paling mampu merepresentasikan pola pertumbuhan penduduk Kabupaten Asahan selama periode pengamatan. Oleh karena itu, ME IV dipilih sebagai model terbaik untuk melakukan proyeksi jumlah penduduk pada tahun-tahun berikutnya.

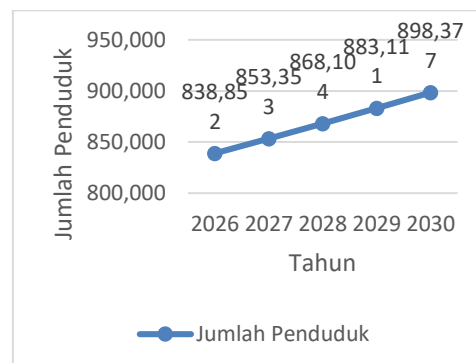
Gambar 1 menunjukkan bahwa kurva hasil prediksi Model IV memiliki pola yang sangat dekat dengan data aktual. Kedekatan antara kedua kurva tersebut memperkuat hasil analisis MAPE yang menunjukkan bahwa Model IV

memiliki tingkat akurasi tertinggi dibandingkan model lainnya.

Setelah diperoleh model terbaik, selanjutnya dilakukan proyeksi jumlah penduduk Kabupaten Asahan untuk periode 2026–2030 menggunakan Model IV, yakni:

Tabel 3 Hasil Proyeksi Jumlah Penduduk Kabupaten Asahan Tahun 2026-2030

Tahun	Jumlah Penduduk
2026	838.852
2027	853.353
2028	868.104
2029	883.111
2030	898.377



Gambar 2 Jumlah Dugaan Jumlah Penduduk Tahun 2026-2030

Berdasarkan Tabel 3, jumlah

penduduk Kabupaten Asahan diperkirakan terus mengalami peningkatan hingga tahun 2030. Pada tahun 2026 jumlah penduduk diproyeksikan mencapai 838.852 jiwa dan meningkat menjadi 898.377 jiwa pada tahun 2030.

Hasil proyeksi menunjukkan bahwa dalam kurun waktu lima tahun mendatang akan terjadi penambahan penduduk sekitar 59.525 jiwa. Peningkatan tersebut menunjukkan bahwa pertumbuhan penduduk Kabupaten Asahan masih berlangsung secara positif. Jika tren ini terus berlanjut, maka kebutuhan terhadap fasilitas pendidikan, layanan kesehatan, infrastruktur, serta lapangan pekerjaan diperkirakan akan semakin meningkat.

Gambar 2 memperlihatkan bahwa kurva hasil proyeksi membentuk pola pertumbuhan yang terus meningkat. Pola tersebut sesuai dengan karakteristik model eksponensial yang menggambarkan pertumbuhan penduduk secara kontinu dari waktu ke waktu. Oleh karena itu, hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai salah satu referensi dalam perencanaan pembangunan dan penyusunan kebijakan kependudukan di Kabupaten Asahan.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh model pertumbuhan penduduk Kabupaten Asahan menggunakan pendekatan persamaan diferensial eksponensial. Hasil analisis menunjukkan bahwa Model Eksponensial IV merupakan model terbaik dengan nilai MAPE sebesar 0,2646%, sehingga memiliki tingkat akurasi yang sangat baik dalam memprediksi jumlah penduduk.

Berdasarkan model tersebut, jumlah penduduk Kabupaten Asahan diproyeksikan terus meningkat dari 838.852 jiwa pada tahun 2026 menjadi 898.377 jiwa pada tahun 2030. Hasil ini menunjukkan bahwa pertumbuhan penduduk Kabupaten Asahan masih berlangsung secara positif dan relatif

stabil.

Dengan demikian, model eksponensial dapat digunakan sebagai alternatif untuk memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Asahan dalam jangka pendek dan dapat menjadi bahan pertimbangan dalam perencanaan pembangunan daerah.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan penghargaan dan terima kasih kepada Universitas Royal atas dukungan institusional, fasilitas, serta lingkungan akademik yang mendukung terlaksananya penelitian ini. Ucapan terima kasih juga diberikan kepada semua pihak yang telah memberikan masukan, bantuan, dan dukungan selama proses penelitian hingga penyusunan artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Arez, A. R. P. S. (2021). Application of the hybrid method nonlinear regression with modified logistic growth model-exponential double smoothing for forecasting Covid-19 cases in Indonesia and Armenia. *Jurnal Matematika, Statistika Dan Komputasi*, 17(2), 252–266.
- Banerjee, S. (2021). *Mathematical modeling: models, analysis and applications*. Chapman and Hall/CRC.
- BPS Kabupaten Asahan. (2025, October 27). *Jumlah Penduduk Menurut Kecamatan di Kabupaten Asahan (Jiwa)*, 2025. <https://Asahankab.Bps.Go.Id/Id/Statistics-Table/2/ODMjMg==/Jumlah-Penduduk-Menurut-Kecamatan-Kabupaten-Asahan>.
- Khairunnisa, J. (2025). Penerapan Model Eksponensial dan Model Logistik untuk Memproyeksikan Jumlah Penduduk Kabupaten Lombok Timur. *Jurnal Diferensial*, 7(1), 1–12.

- Luan, F., Sikas, O. R., Obe, L. F., & Nahak, N. (2024). Projection Growth Two-Wheeled Vehicles at PT. Eternal Desire of Representatives Your fame With Use Equality Differential Growth Model Population Continuous (Exponential Model and Logistic Model). *EduMatSains: Jurnal Pendidikan, Matematika Dan Sains*, 8(2), 156–168.
- Remetwa, M. K. (2025). Aplikasi Persamaan Differensial Dengan Pendekatan Model Pertumbuhan Eksponensial Untuk Memprediksi Jumlah Penduduk Kota Tual Tahun 2026–2030. *Jurnal Ilmiah Matematika (JIMAT)*, 6(1), 327–338.
- Rozikin, N., Sarjana, K., Arjudin, A., & Hikmah, N. (2021). Aplikasi Persamaan Diferensial Dalam Mengestimasi Jumlah Penduduk dengan Menggunakan Model Eksponensial dan Logistik. *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, 1(1), 44–55.
- Sagara, R., Setiawan, A. H., & Purnawan, E. (2025). Dinamika Kependudukan dan Ketenagakerjaan: Tantangan dan Kebijakan Berkelanjutan untuk Indonesia. *Jurnal Alwatzikhoebillah: Kajian Islam, Pendidikan, Ekonomi, Humaniora*, 11(1), 317–329.
- Saragih, S. S. D., Tarigan, L. Z. B., Ahkrizal, A., & Hasibuan, H. E. (2025). Pemodelan Matematika Tipe S1S2E1E2I1I2T Pada Diabetes Melitus Tipe 2 Dengan Mempertimbangkan Treatment Yang Diakibatkan Adanya Pengaruh Obesitas. *Imajiner: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 7(4), 308–316.
- Shcherbakov, M. V., Brebels, A., Shcherbakova, N. L., Tyukov, A. P., Janovsky, T. A., & Kamaev, V. A. (2013). A survey of forecast error measures. *World Applied Sciences Journal*, 24(24), 171–176.
- Suhardi, S., & Panjaitan, P. (2025). Analisis Strategi dan Kebijakan Pemerintah Daerah dalam Perencanaan Pembangunan Ekonomi Nasional. *Jurnal Ilmu Manajemen, Bisnis Dan Ekonomi (JIMBE)*, 3(1)
- Terttiaavini, T., & Saputra, T. S. (2020). Analisa Akurasi Penggunaan Metode Single Eksponensial Smoothing untuk Perkiraan Penerimaan Mahasiswa Baru Pada Perguruan Tinggi XYZ. *Jurnal Ilmiah Informatika Global*, 11(1)